

**Ανώτατο Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πειραιά
Τεχνολογικού Τομέα
Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών Τ.Ε.**

**Εργαστήριο Μαθήματος:
ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ RF
(Δ εξάμηνο)
Υπεύθυνη Καθηγήτρια Εργαστηρίου: Μαρία Ραγκούση**

**Σημειώσεις Εργαστηρίου
ΜΕΡΟΣ 1^ο: ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΤΙΚΗ ΑΝΑΔΡΑΣΗ
ΚΑΙ ΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΕΣ (OSCILLATORS)**

ΑΙΓΑΛΕΩ, Εαρινό Εξάμηνο 2017-18

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΤΙΚΗ ΑΝΑΔΡΑΣΗ ΚΑΙ ΤΟΥΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΕΣ (OSCILLATORS)

I. ΓΕΝΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Ταλαντωτής ονομάζεται κάθε φυσικό σύστημα που εκτελεί περιοδική κίνηση μεταξύ δύο ακραίων θέσεων, άρα η θέση του είναι μεταβαλλόμενη περιοδικά με το χρόνο, χωρίς να χρειάζεται διαρκώς ένα αντίστοιχο μεταβαλλόμενο φυσικό μέγεθος ως διέγερση. Το εκκρεμές ή η κούνια αποτελούν παραδείγματα ταλαντωτών.

Οι **ηλεκτρονικοί ταλαντωτές** είναι ηλεκτρονικά κυκλώματα διαφόρων ειδών και τεχνολογιών, που παράγουν στην έξοδό τους περιοδικές κυματομορφές τάσης ή ρεύματος, χωρίς να χρειάζονται (περιοδικό ή άλλο) σήμα εισόδου. Την ισχύ που χρειάζονται για να παράγουν σήμα στην έξοδο χωρίς να λαμβάνουν σήμα στην είσοδο, την απορροφούν από την τροφοδοσία τους (είναι ενεργά κυκλώματα, άρα για να λειτουργήσουν απαιτούν τροφοδοσία). Τα ενεργά στοιχεία που περιέχουν, ανάλογα με τη σχεδίαση και την τεχνολογία, μπορεί να είναι λυχνίες, transistors διαφόρων ειδών ή τελεστικοί ενισχυτές. Στα επόμενα ο όρος ταλαντωτής θα σημαίνει αποκλειστικά τον ηλεκτρονικό ταλαντωτή.

Οι ταλαντωτές χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες,

1. τους **αρμονικούς ταλαντωτές (harmonic oscillators)** που παράγουν στην έξοδό τους ημιτονοειδείς κυματομορφές, και
2. τους **ταλαντωτές χαλάρωσης ή ανατροπής (relaxation oscillators)** που παράγουν στην έξοδό τους περιοδικές κυματομορφές άλλου τύπου, όπως τριγωνικές, τετραγωνικές, πριονωτές, κ.α.

Οι ταλαντωτές είναι από τα πλέον βασικά και χρήσιμα ηλεκτρονικά κυκλώματα. Χρησιμοποιούνται σε κλασικά ηλεκτρονικά εργαστηριακά όργανα όπως οι γεννήτριες σήματος (signal generators) ή οι γεννήτριες κυματομορφών (function generators), είτε γενικού σκοπού είτε ειδικού σκοπού (audio, RF, microwave, κλπ.). Βρίσκουν εφαρμογή στα κυκλώματα πομπών και δεκτών στις τηλεπικοινωνίες, στα κυκλώματα χρονισμού (clocks, timers) των ψηφιακών συστημάτων (υπολογιστών κλπ.), στα βιοϊατρικά όργανα (υπέρηχοι, ακουστικά σήματα, κλπ.), στον έλεγχο λειτουργίας και εντοπισμό βλαβών άλλων ηλεκτρονικών συσκευών και σε πολλά άλλα πεδία.

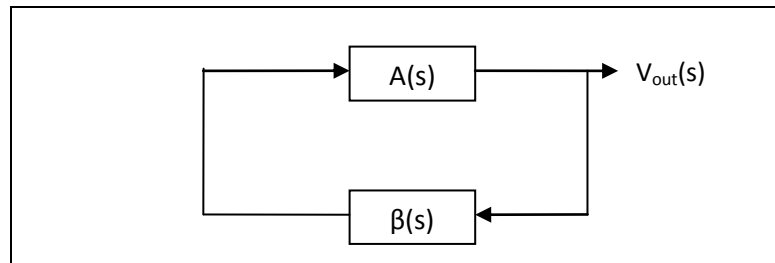
Οι ταλαντωτές αναπτύχθηκαν αρχικά ως **αναλογικά ηλεκτρονικά** κυκλώματα. Σήμερα ταλαντωτές μπορούν να κατασκευαστούν και με **ψηφιακά ηλεκτρονικά**, π.χ. με σύνθεση ημιτονικού σήματος από ένα μικροεπεξεργαστή και ψηφιο-αναλογική μετατροπή του (DAC). Παρόλα αυτά, οι αναλογικοί ταλαντωτές χρησιμοποιούνται ακόμη ευρύτατα.

II. Ο ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (Harmonic Oscillator)

Το βασικό κύκλωμα του αρμονικού ταλαντωτή αποτελείται από

- (i) έναν ενισχυτή A και
- (ii) ένα κύκλωμα επιλογής συχνοτήτων β (συντονιζόμενο ενισχυτή ή ζωνοπερατό φίλτρο),

συνδεδεμένα μεταξύ τους σε βρόχο θετικής ανάδρασης (positive feedback loop), χωρίς σήμα εισόδου, και με λήψη του σήματος εξόδου στην έξοδο του ενισχυτή A (Σχήμα 1).



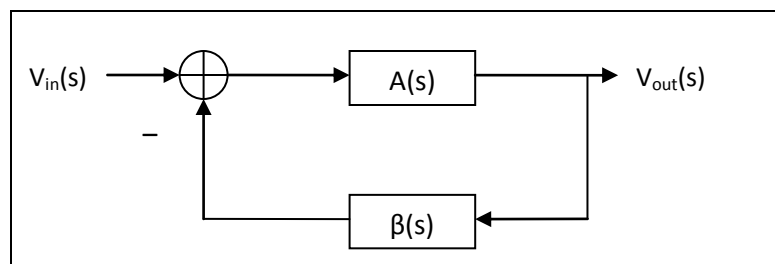
Σχήμα 1. Block diagram βασικού κυκλώματος αρμονικού ταλαντωτή.

Επειδή τόσο ο ενισχυτής **A(s)** όσο και το κύκλωμα επιλογής συχνοτήτων **β(s)** είναι γραμμικά, ο αρμονικός ταλαντωτής ονομάζεται και **γραμμικός (linear oscillator)**.

Η ύπαρξη βρόχου ανάδρασης (feedback loop) στο βασικό κύκλωμα του ταλαντωτή σημαίνει ότι ο αρμονικός ταλαντωτής μπορεί να θεωρηθεί και να αναλυθεί ως Σύστημα Αυτομάτου Ελέγχου. Επιπλέον, επειδή είναι γραμμικό κύκλωμα, μπορεί να μελετηθεί στο πεδίο της συχνότητας (για τα αναλογικά ηλεκτρονικά κυκλώματα, αυτό είναι το πεδίο Laplace). Αυτό αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα στην ανάλυση και σχεδίαση συστημάτων (όπως θα διαπιστώσει όποιος προσπαθήσει να αναλύσει μη γραμμικό κύκλωμα στο πεδίο του χρόνου, αναγκαστικά.)

Υπενθυμίζεται ότι

Ι. Ένα σύστημα με βρόχο **αρνητικής ανάδρασης (negative feedback loop)** μπορεί να παρασταθεί απλοποιημένα με το block diagram του Σχήματος 2:



Σχήμα 2. Block diagram απλοποιημένου συστήματος αρνητικής ανάδρασης.

Η ενίσχυση (ή απολαβή ή κέρδος - gain) του όλου συστήματος, μαζί με την ανάδραση, δίνεται από τον τύπο:

$$A_f(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{A(s)}{1 + A(s) \cdot \beta(s)}$$

Είναι η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος, η οποία ορίζεται και γράφεται μόνο στο πεδίο της (μιγαδικής) συχνότητας s , δηλαδή στο πεδίο Laplace. Στο πεδίο του χρόνου η αντίστοιχη σχέση είναι συνέλιξη και περιέχει το συνελικτικό ολοκλήρωμα που υπολογίζεται δύσκολα από S/W για H/Y .

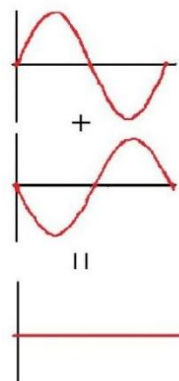
Παράδειγμα: Οι ενισχυτές με ανάδραση (**feedback amplifiers**) σχεδιάζονται πάντα ως συστήματα αρνητικής ανάδρασης, γιατί έτσι εξασφαλίζεται η ευστάθεια, που είναι απαραίτητο χαρακτηριστικό τους. Εισάγοντας αρνητική ανάδραση σε έναν ενισχυτή, βελτιώνουμε όλα τα άλλα μετρήσιμα χαρακτηριστικά του εκτός από την ίδια την ενίσχυση (gain), η οποία μειώνεται. Πράγματι στις συχνότητες στις οποίες ισχύει $|A(j\omega)\beta(j\omega)| > 0 \Rightarrow 1 + |A(j\omega)\beta(j\omega)| > 1$, προκύπτει ότι $|A_f(\omega)| < |A(\omega)|$, δηλαδή το gain με αρνητική ανάδραση είναι μικρότερο από το gain πριν εισαχθεί η ανάδραση.

Όμως με την εισαγωγή της αρνητικής ανάδρασης βελτιώνονται τα εξής χαρακτηριστικά του ενισχυτή:

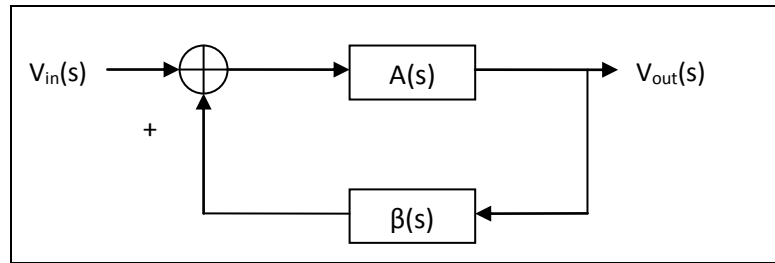
1. Το εύρος ζώνης του (αυξάνεται),
2. Το περιθώριο ευστάθειας του (αυξάνεται),
3. Η ευαισθησία του στο θόρυβο (μειώνεται),
4. Η ευαισθησία του στις μεταβολές της θερμοκρασίας (μειώνεται).

Άρα στους ενισχυτές η επιλογή να προσθέσουμε αρνητική ανάδραση θυσιάζει gain για να κερδίσει τα ανωτέρω πλεονεκτήματα.

Σημείωση: Τα σήματα εισόδου, εξόδου, καθώς και αυτά που κυκλοφορούν στο βρόχο ανάδρασης του Σχήματος 2 είναι όλα εναλλασσόμενα. Το αρνητικό πρόσημο συνεπώς δεν σημαίνει αντίθετη πολικότητα, αλλά αντίθετη φάση: τα δύο σήματα που εισέρχονται στον αθροιστή του Σχήματος 2, φτάνουν εκεί με διαφορά φάσης 180° δηλαδή όταν το ένα παίρνει τη μέγιστη τιμή του, το άλλο παίρνει την ελάχιστη. Δεδομένου ότι τα $A(s)$ και $\beta(s)$ είναι γραμμικά και συνεπώς δεν επηρεάζουν τη συχνότητα των σημάτων, τα δύο αυτά σήματα έχουν ίδια συχνότητα. Ως αποτέλεσμα, η διαφορά φάσης των 180° σημαίνει πρακτικά ότι αφαιρούνται τα πλάτη τους, και στην έξοδο του αθροιστή προκύπτει εναλλασσόμενο σήμα της ίδιας συχνότητας αλλά μικρότερου πλάτους. Στο επόμενο σχήμα φαίνεται ένα τέτοιο παράδειγμα, όπου τα δύο σήματα φτάνουν στον αθροιστή με αντίθετες φάσεις και ίσα πλάτη, οπότε αλληλοαναιρούνται.



II. Ένα σύστημα με βρόχο **θετικής ανάδρασης (positive feedback loop)** μπορεί να παρασταθεί απλοποιημένα με το block diagram του Σχήματος 3:



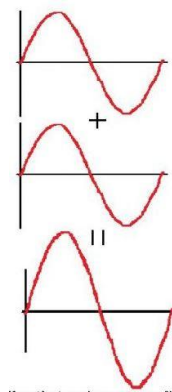
Σχήμα 3. Block diagram απλοποιημένου συστήματος θετικής ανάδρασης.

Η ενίσχυση (ή απολαβή ή κέρδος) του όλου συστήματος, μαζί με την ανάδραση, δίνεται από τον τύπο:

$$A_f(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{A(s)}{1 - A(s) \cdot \beta(s)}$$

Παράδειγμα: Οι **ταλαντωτές** σχεδιάζονται πάντα ως συστήματα θετικής ανάδρασης, γιατί έτσι εξασφαλίζεται η συντήρηση των ταλαντώσεων στην έξοδό τους. Στην επόμενη παράγραφο αναλύεται πώς ακριβώς επιτυγχάνεται αυτό.

Σημείωση: Τα σήματα εισόδου, εξόδου, καθώς και αυτά που κυκλοφορούν στο βρόχο ανάδρασης του Σχήματος 3, είναι όλα εναλλασσόμενα. Το θετικό πρόσημο συνεπώς δεν σημαίνει ίδια πολικότητα, αλλά ίδια (σύμφωνη) φάση: τα δύο σήματα που εισέρχονται στον αθροιστή του Σχήματος 3, φτάνουν εκεί με διαφορά φάσης 0° (συμφασικά) δηλαδή παίρνουν συγχρονισμένα την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή τους. Δεδομένου ότι τα $A(s)$ και $\beta(s)$ είναι γραμμικά και συνεπώς δεν επηρεάζουν τη συχνότητα των σημάτων, τα δύο αυτά σήματα έχουν ίδια συχνότητα. Ως αποτέλεσμα, η διαφορά φάσης των 0° σημαίνει πρακτικά ότι προστίθενται τα πλάτη τους, και στην έξοδο του αθροιστή προκύπτει εναλλασσόμενο σήμα της ίδιας συχνότητας αλλά μεγαλύτερου πλάτους. Στο επόμενο σχήμα φαίνεται ένα τέτοιο παράδειγμα, όπου τα δύο σήματα φτάνουν στον αθροιστή με σύμφωνη φάση και ίσα πλάτη, οπότε προστίθενται και δίνουν ένα σήμα με το διπλάσιο πλάτος.



III. ΠΟΤΕ ΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΑΝΑΔΡΑΣΗΣ ΓΙΝΕΤΑΙ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ;

(α) Ο ιδανικός αρμονικός ταλαντωτής

Ο **ιδανικός** αρμονικός ταλαντωτής θα πρέπει να παράγει στην έξοδό του ένα ημιτονικό σήμα αμείωτου πλάτους, χωρίς να δέχεται σήμα εισόδου.

Για να προκύψει ένας αρμονικός ταλαντωτής που ταλαντώνει σε συχνότητα έστω ω_c , ξεκινάμε από ένα κύκλωμα θετικής ανάδρασης όπως αυτό του Σχήματος 3, και

1. μηδενίζουμε το σήμα εισόδου ($V_{in}(s) = 0$) και
2. σχεδιάζουμε τις βαθμίδες $A(s)$ και $\beta(s)$ ώστε στη συχνότητα ταλάντωσης ω_c να ικανοποιούν τη σχέση

$$|A(s)\beta(s)| = 1 \text{ για } s \rightarrow j\omega_c \text{ (συνθήκη ταλάντωσης ή συνθήκη Barkhausen)}$$

Συγκεκριμένα, εξετάζοντας από μαθηματική σκοπιά την ενίσχυση (συνάρτηση μεταφοράς) του βασικού συστήματος με βρόχο θετικής ανάδρασης,

$$A_f(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{A(s)}{1 - A(s) \cdot \beta(s)} \Rightarrow V_{out}(s) = \frac{A(s)}{1 - A(s) \cdot \beta(s)} \cdot V_{in}(s)$$

παρατηρούμε ότι με μηδενική είσοδο, $V_{in}(s) = 0$, είναι δυνατόν να πάρουμε **μη μηδενική** έξοδο $V_{out}(s) \neq 0$, μόνο εάν ο παρονομαστής είναι μηδέν (οπότε θα έχουμε $V_{out}(s) = 0/0$ δηλαδή «απροσδιόριστη μορφή», άρα το $V_{out}(s)$ μπορεί τότε να λάβει και πεπερασμένη, μη μηδενική τιμή):

$$1 - A(s) \cdot \beta(s) = 0 \Leftrightarrow A(s) \cdot \beta(s) = 1$$

Στη μόνιμη κατάσταση του κυκλώματος, δηλαδή όταν θα έχει σταθεροποιηθεί η ταλάντωση σε συχνότητα έστω $\omega_c = 2\pi f_c$, θα ισχύει $s \rightarrow j\omega_c$ οπότε η ανωτέρω **μυγαδική μορφή** της συνθήκης αναλύεται ισοδύναμα σε δύο **πραγματικές (real) συνθήκες**:

$$A(j\omega_c) \cdot \beta(j\omega_c) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} |A(j\omega_c) \cdot \beta(j\omega_c)| = 1 \\ \angle A(j\omega_c) \cdot \beta(j\omega_c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |A(j\omega_c)| \cdot |\beta(j\omega_c)| = 1 \\ \angle A(j\omega_c) + \angle \beta(j\omega_c) = 0 = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι ο ενισχυτής $A(s)$ και το κύκλωμα επιλογής συχνοτήτων $\beta(s)$ πρέπει να σχεδιαστούν ώστε στη συχνότητα ταλάντωσης να έχουν

- (i) αντίστροφα μέτρα (δηλαδή μέτρα που το γινόμενο τους ισούται με 1) και
- (ii) αντίθετες φάσεις (δηλαδή φάσεις που να αθροίζονται σε 0° ή σε πλήρη κύκλο 360°).

Παραδείγματος χάριν, αν ο ενισχυτής $A(s)$ δημιουργεί αναστροφή φάσης (διαφορά φάσης 180°) μεταξύ της εισόδου του $V_{in}(s)$ και της εξόδου του $V_{out}(s)$ (όπως π.χ. κάνουν η βαθμίδα ενίσχυσης με BJT σε συνδεσμολογία CE ή με FET σε CS ή με OpAmp σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία), τότε θα πρέπει και το φίλτρο $\beta(s)$ να εισάγει άλλες 180° διαφορά φάσης, ώστε όλος ο βρόχος ανάδρασης που αποτελείται από τα $A(s)$ και $\beta(s)$ σε σειρά, να δημιουργεί διαφορά φάσης $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ ή ισοδύναμα 0° .

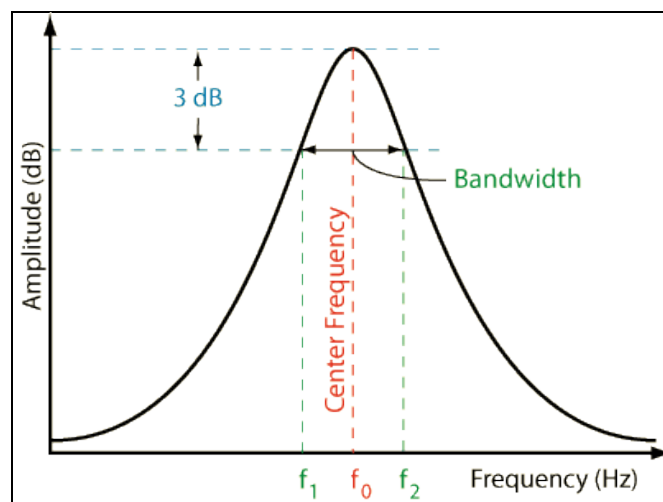
(β) Ο πρακτικός αρμονικός ταλαντωτής

Η συνθήκη Barkhausen είναι **αναγκαία** αλλά όχι **ικανή** συνθήκη για να έχουμε ταλάντωση, δεν μπορεί δηλαδή από μόνη της να εξασφαλίσει ότι το κύκλωμα θα ταλαντώσει και θα παράγει ημίτονο. Χρειάζεται ένας μηχανισμός που θα **εκκινήσει** την ταλάντωση, προκειμένου στη συνέχεια το κύκλωμα του ταλαντωτή, ρυθμισμένο σύμφωνα με τη συνθήκη, να **συντηρήσει** την ταλάντωση. Εξετάζοντας από φυσική σκοπιά το κύκλωμα, αντιλαμβανόμαστε ότι στην πραγματικότητα συμβαίνει το εξής:

Οι ταλαντώσεις **εκκινούν** από την ελάχιστη θερμική κίνηση των ηλεκτρονίων μέσα στα κυκλωματικά στοιχεία, η οποία συμβαίνει πάντα σε θερμοκρασίες πάνω από το απόλυτο μηδέν. Η κίνηση αυτή είναι τυχαία, δηλαδή είναι συνισταμένη πολλών διαφορετικών κινήσεων, άρα δίνει ένα τυχαίο ρεύμα πολύ μικρού πλάτους. Αυτό μπορεί να αναλυθεί κατά Fourier σε άθροισμα άπειρου πλήθους ημιτόνων, φυσικά εξαιρετικά μικρού πλάτους. Καθώς οι συχνότητες αυτές κινούνται κυκλικά μέσα στο βρόχο θετικής ανάδρασης του Σχήματος 1, το πλάτος τους σταδιακά αυξάνεται, ακριβώς λόγω της θετικής ανάδρασης.

Εφόσον η βαθμίδα $\beta(s)$ είναι ένα στενό ζωνοπερατό φίλτρο, μόνο οι συχνότητες εντός της ζώνης του φίλτρου αυτού θα βγαίνουν στην έξοδό του και θα συνεχίζουν για να ενισχυθούν κατά πλάτος από τον ενισχυτή $A(s)$. Οι συχνότητες εκτός ζώνης θα αποσβένονται από το φίλτρο. Αν οι βαθμίδες $A(s)$ και $\beta(s)$ είναι σχεδιασμένες ώστε να πληρούν τη συνθήκη Barkhausen για τις συχνότητες διέλευσης του φίλτρου, οι συχνότητες αυτές και μόνο θα εμφανιστούν στην έξοδο $V_{out}(s)$ με πεπερασμένο πλάτος.

- Αν το φίλτρο $\beta(s)$ ήταν ιδανικό, θα επέτρεπε τη διέλευση σε μία και μόνο συχνότητα, οπότε και θα προέκυπτε ιδανικός αρμονικός ταλαντωτής σε αυτήν ακριβώς τη συχνότητα, δηλαδή στην έξοδό του θα εμφανιζόταν ημίτονο αμείωτου πλάτους της συγκεκριμένης συχνότητας.
- Στην πράξη αυτό δεν είναι δυνατόν. Το ζωνοπερατό φίλτρο $\beta(s)$ έχει κάποιο μη μηδενικό εύρος ζώνης διέλευσης γύρω από την κεντρική του συχνότητα (Σχήμα 4), με αποτέλεσμα η έξοδος του ταλαντωτή να μην είναι ένα καθαρό ημίτονο. Είναι φανερό ότι η ποιότητα του ταλαντωτή εξαρτάται καθοριστικά από το εύρος της ζώνης διέλευσης του $\beta(s)$: όσο στενότερη η ζώνη τόσο καθαρότερο το ημίτονο που παράγει ο ταλαντωτής στην έξοδο.



Σχήμα 4. Απόκριση συχνότητας (καμπύλη μέτρου) ζωνοπερατού φίλτρου με κεντρική συχνότητα f_0 και εύρος ζώνης διέλευσης $(f_2 - f_1)$.

IV. Ο ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ ΚΑΙ Η ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ

Από πλευράς ευστάθειας, ένας αρμονικός ταλαντωτής είναι ένα **οριακά ευσταθές** κύκλωμα. Αυτό το προκύπτει διότι στη συχνότητα ταλάντωσης, δηλαδή για $s \rightarrow j\omega_c$ όπου $\omega_c = 2\pi f_c$, ισχύει η συνθήκη Barkhausen:

$$A(s) \cdot \beta(s) = 1 \Big|_{s \rightarrow j\omega_c} \Leftrightarrow A(j\omega_c) \cdot \beta(j\omega_c) = 1 \Leftrightarrow 1 - A(j\omega_c) \cdot \beta(j\omega_c) = 0,$$

πράγμα που σημαίνει ότι η συχνότητα ταλάντωσης ω_c μηδενίζει τον παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς του συστήματος $A_f(s)$, άρα αποτελεί **πόλο** του. Επειδή η συνάρτηση μεταφοράς $A_f(s)$ είναι ρητή (πηλίκο δύο πολυωνύμων του s) με πραγματικούς (real) συντελεστές, οι μιγαδικοί της πόλοι εμφανίζονται πάντα σε συζυγή μιγαδικά ζεύγη και όχι μεμονωμένοι (Θεμελιώδες Θεώρημα της Άλγεβρας). Οπότε πρόκειται για ζεύγος πόλων πάνω στον φανταστικό άξονα του μιγαδικού επιπέδου s δηλαδή καθαρά φανταστικών αριθμών,

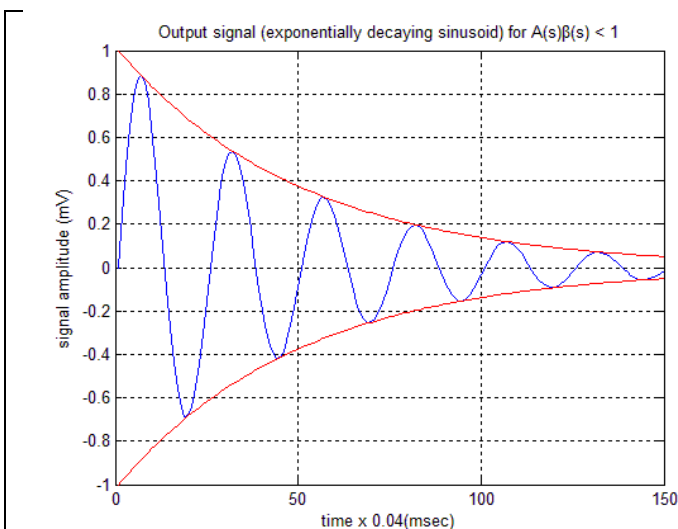
$$s = \pm j\omega_c$$

οπότε το σύστημα είναι οριακά ευσταθές. Ένα οριακά ευσταθές σύστημα παράγει στην έξοδό του ημιτονικό σήμα συχνότητας ίσης με την απόλυτη αριθμητική τιμή των πόλων του πάνω στο φανταστικό άξονα, δηλαδή εδώ ω_c .

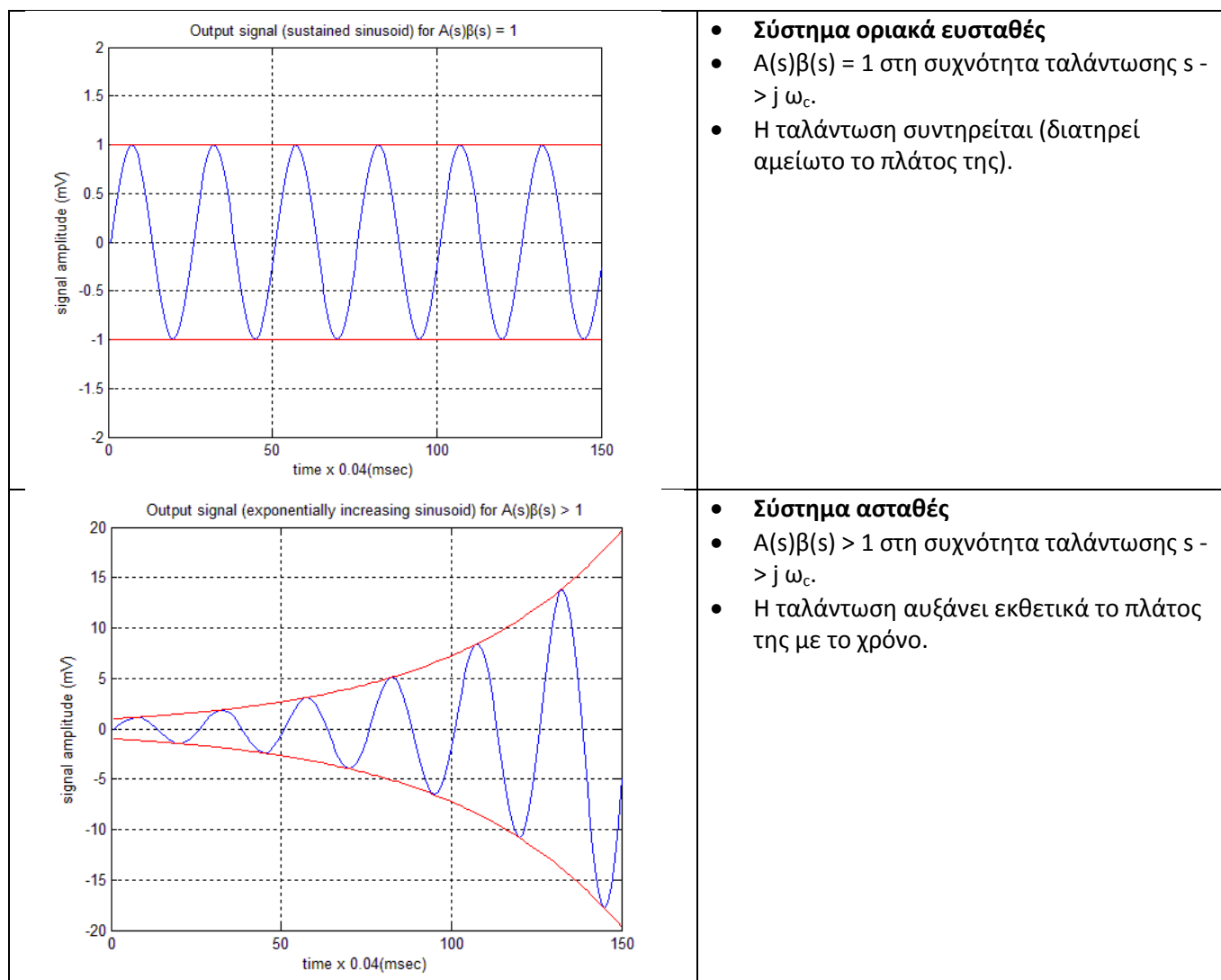
Αντίθετα

- ένα **ευσταθές** σύστημα παράγει ημιτονικό σήμα μειούμενου (εκθετικά) πλάτους, ενώ
- ένα **ασταθές** σύστημα παράγει ημιτονικό σήμα αυξανόμενου (εκθετικά) πλάτους.

Στο Σχήμα 5 συνοψίζονται και οι τρεις περιπτώσεις (**ΠΡΟΣΟΧΗ**: το ημιτονικό σήμα που παράγει ο ταλαντωτής είναι η μπλε καμπύλη. Η κόκκινη καμπύλη δεν υπάρχει, απλώς έχει χαραχθεί για να σηματοδοτήσει την περιβάλλουσα (envelope) του σήματος):



- **Σύστημα ευσταθές**
- $A(s)\beta(s) < 1$ στη συχνότητα ταλάντωσης $s \rightarrow j\omega_c$.
- Η ταλάντωση ΔΕΝ συντηρείται (το πλάτος της φθίνει εκθετικά με το χρόνο).



Σχήμα 5. Οι τρεις περιπτώσεις εφαρμογής της συνθήκης Barkhausen στην πράξη:

(α) $A(s)\beta(s) < 1$, (β) $A(s)\beta(s) = 1$, (γ) $A(s)\beta(s) > 1$.

Από τα ανωτέρω σχήματα προκύπτει ότι

1. Αν η συνθήκη Barkhausen παραβιαστεί προς τα κάτω, δηλαδή $A(s)\beta(s) = 1 - \delta < 1$, όπου δ μικρός θετικός αριθμός (π.χ. $\delta = 0.1$), τότε το πλάτος της ταλάντωσης αρχίζει να φθίνει προοδευτικά, με εκθετικό τρόπο, οπότε η ταλάντωση εκκινεί μεν αλλά δεν συντηρείται.
2. Αν η συνθήκη Barkhausen τηρηθεί με μαθηματική ακρίβεια, δηλαδή $A(s)\beta(s) = 1$, τότε το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει αμείωτο (ιδανική κατάσταση για αρμονικό ταλαντωτή). Δυστυχώς στην πράξη ένα οριακά ευσταθές κύκλωμα δεν μπορεί να μείνει στην κατάσταση αυτή για πολλή ώρα. Μετά από λίγη ώρα λειτουργίας θα μετακινηθεί είτε προς ευστάθεια είτε προς αστάθεια.
3. Αν η συνθήκη Barkhausen παραβιαστεί προς τα άνω, δηλαδή $A(s)\beta(s) = 1 + \delta > 1$, όπου δ μικρός θετικός αριθμός (π.χ. $\delta = 0.1$), τότε το πλάτος της ταλάντωσης αρχίζει να αυξάνει προοδευτικά, με εκθετικό τρόπο. Η ανεξέλεγκτη αύξηση του πλάτους είναι ανεπιθύμητη, διότι μπορεί να προξενήσει διάφορα

φαινόμενα: ένα πρώτο ενδεχόμενο είναι να οδηγηθούν στον κόρο τα ενεργά στοιχεία των κυκλωμάτων μέσα στα $A(s)$ και $\beta(s)$ (transistors ή OpAmps) και συνεπώς να ψαλιδίσουν το ημίτονο παραμορφώνοντάς το. Άρα δεν θα έχουμε πλέον αρμονικό ταλαντωτή. Ένα άλλο ενδεχόμενο είναι πριν ψαλιδίσουν τα ενεργά στοιχεία το ημίτονο, αυτό να προλάβει να αποκτήσει αρκετό πλάτος ώστε να προξενήσει βλάβη στην επόμενη βαθμίδα, με την οποία συνδέεται ο ταλαντωτής και η οποία χρησιμοποιεί αυτό το ημίτονο ως σήμα εισόδου. Σε ακραίες περιπτώσεις αυτό μπορεί να οδηγήσει και σε φυσική καταστροφή του συστήματος (καύση, θραύση, ανάλωση, κλπ.).

Η ευστάθεια ενός συστήματος καθορίζεται από τον παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς του (“χαρακτηριστικό πολυώνυμο”) και πιο συγκεκριμένα από τη θέση των ριζών του χαρακτηριστικού πολυωνύμου («πόλων» του συστήματος) πάνω στο μιγαδικό επίπεδο s του Laplace.

- (i) Για να ταλαντώσει ένα σύστημα πρέπει να είναι τουλάχιστον $2^{ης}$ τάξης, δηλαδή το πολυώνυμο του παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς να είναι τουλάχιστον $2^{ου}$ βαθμού, ή αλλιώς να έχει τουλάχιστον 2 (δύο) πόλους.

Προσοχή: Ένα σύστημα $1^{ης}$ τάξης ΔΕΝ μπορεί να ταλαντώσει! Στο Σχήμα 6 οι δύο πόλοι πάνω στον πραγματικό (οριζόντιο) άξονα αντιστοιχούν σε δύο περιπτώσεις συστημάτων $1^{ης}$ τάξης. Παρατηρείστε ότι οι κυματομορφές εξόδου του καθενός είναι εκθετικές ως προς το χρόνο (η μία φθίνει εκθετικά και η άλλη αυξάνει εκθετικά, αντίστοιχα), ενώ καμία δεν περιέχει ταλάντωση (ημίτονο).

- (ii) Για να ταλαντώσει ένα σύστημα $2^{ης}$ τάξης ή ανώτερης τάξης πρέπει επιπλέον να έχει **τουλάχιστον ένα ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων**.

Προσοχή: Ένα σύστημα $2^{ης}$ ή ανώτερης τάξης που όμως οι πόλοι του είναι όλοι πραγματικοί αριθμοί ΔΕΝ μπορεί να ταλαντώσει!

- (iii) Όταν ένα σύστημα $2^{ης}$ ή ανώτερης τάξης που έχει τουλάχιστον ένα ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων ξεκινήσει να ταλαντώνει, η συχνότητα της ταλάντωσης καθορίζεται από εκείνο το ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων που βρίσκονται πάνω ή πλησιέστερα (είτε από δεξιά είτε από αριστερά) στον φανταστικό άξονα $j\omega$. Αυτοί ονομάζονται «**κυρίαρχοι πόλοι**» (**dominant poles**). Οι υπόλοιποι πόλοι, αν υπάρχουν είναι συζυγή μιγαδικά ζεύγη, θα δώσουν κι αυτοί ημιτονικές συνιστώσες σήματος στην έξοδο, στη συχνότητά του το κάθε ζεύγος, αλλά καθώς είναι πιο απομακρυσμένοι από τον φανταστικό άξονα, οι ταλαντώσεις αυτές θα σβήσουν (θα φθίνουν κατά πλάτος) νωρίτερα και τελικά θα απομείνει η ταλάντωση του κυρίαρχου ζεύγους πόλων.

Προσοχή: Για να προκύψει στην έξοδο μία συχνότητα ταλάντωσης (ένα ημίτονο) απαιτείται το σύστημα να έχει ένα ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων (είτε πάνω είτε κοντά στον φανταστικό άξονα του μιγαδικού επιπέδου). Από έναν μόνο πόλο και όχι ζεύγος ΔΕΝ μπορεί να προκύψει ημίτονο!

Για απλότητα θα εξετάσουμε από πλευράς ευστάθειας την περίπτωση ενός συστήματος ακριβώς $2^{ης}$ τάξης που έχει ακριβώς ένα ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων. Η θέση των πόλων αυτών πάνω στο μιγαδικό επίπεδο σε σχέση με το φανταστικό (κατακόρυφο) άξονα αντιστοιχεί σε μία από τις εξής τρεις (3) περιπτώσεις:

- (1) Οι πόλοι του συστήματος βρίσκονται στο Αριστερό Μιγαδικό Ημιεπίπεδο (Α.Μ.Η.) του μιγαδικού επιπέδου s (Laplace). Στο Σχήμα 6 αντιστοιχούν στο αριστερότερο ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων (οι πόλοι σημειώνονται με «X»). Μπορούν να γραφτούν ως

$$p_{1,2} = \sigma \pm j \omega, \sigma < 0.$$

Πόλοι στο Α.Μ.Η. σημαίνει σύστημα ευσταθές. Η συνθήκη Barkhausen έχει παραβιαστεί προς τα κάτω: $A(s)\beta(s) = 1 - \delta < 1$, οπότε στην έξοδο έχουμε ημίτονο με εκθετικά αποσβεννύμενο πλάτος, όπως στο Σχήμα 5.α.

Η ταλάντωση ΔΕΝ συντηρείται αλλά σβήνει.

- Στη δεύτερη περίπτωση οι συζυγείς πόλοι βρίσκονται **πάνω** στον φανταστικό άξονα. Μπορούν να γραφτούν ως

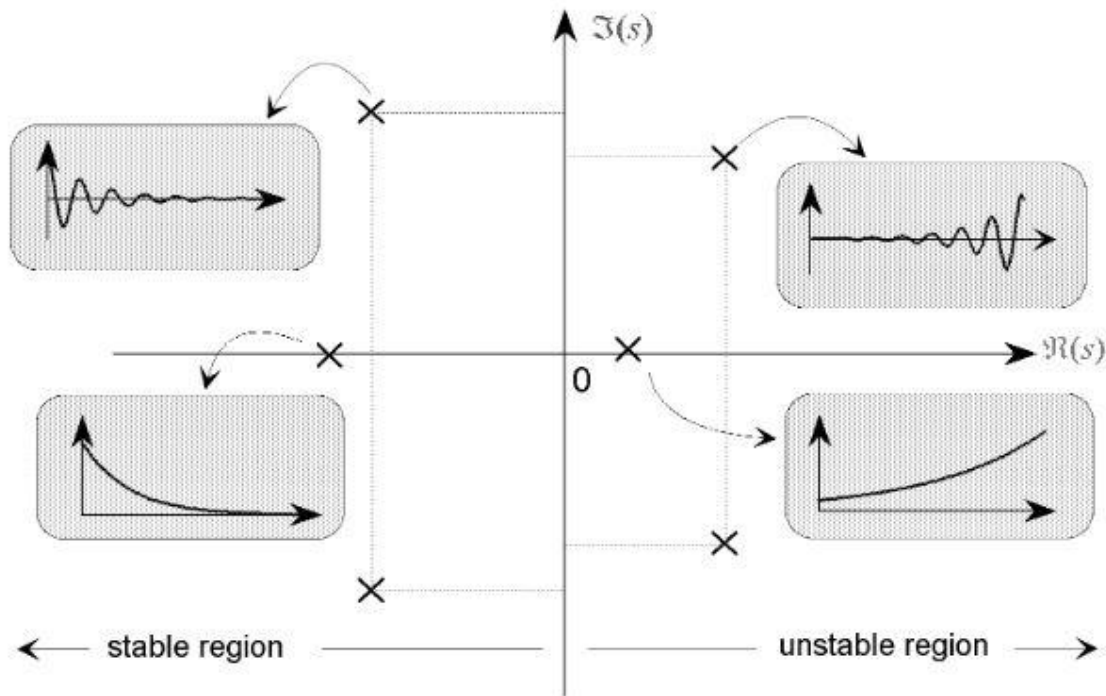
$$p_{1,2} = \pm j \omega, (\sigma = 0).$$

Πόλοι πάνω στον φανταστικό άξονα σημαίνει σύστημα οριακά ευσταθές. Η συνθήκη Barkhausen έχει τηρηθεί με μαθηματική ακρίβεια: $A(s)\beta(s) = 1$, οπότε στην έξοδο έχουμε ημίτονο με αμείωτο πλάτος, όπως στο Σχήμα 5.β. **Η ταλάντωση συντηρείται** και έχουμε ιδανικό αρμονικό ταλαντωτή – αλλά δυστυχώς κανένα πραγματικό σύστημα δεν μπορεί να μείνει στην κατάσταση αυτή για πολλή ώρα λειτουργίας. Μετά από κάποια ώρα λειτουργίας, οι πόλοι θα «γλυστρήσουν» αναπόφευκτα είτε αριστερά (προς την ευστάθεια, οπότε η ταλάντωση θα σβήσει) είτε δεξιά (προς την αστάθεια, οπότε η ταλάντωση θα αρχίσει να αυξάνει κατά πλάτος).

- Στην τρίτη περίπτωση οι πόλοι βρίσκονται στο Δεξί Μιγαδικό Ημιεπίπεδο (Δ.Μ.Η.) του μιγαδικού επιπέδου s (Laplace). Στο Σχήμα 6 αντιστοιχούν στο δεξιότερο ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων (οι πόλοι σημειώνονται με «X»). Μπορούν να γραφτούν ως

$$p_{1,2} = \sigma \pm j \omega, (\sigma > 0).$$

Πόλοι στο Δ.Μ.Η. σημαίνει σύστημα ασταθές. Η συνθήκη Barkhausen έχει παραβιαστεί προς τα πάνω: $A(s)\beta(s) = 1 + \delta > 1$, οπότε στην έξοδο έχουμε ημίτονο με εκθετικά αυξανόμενο πλάτος, όπως στο Σχήμα 5.γ. **Η ταλάντωση αυξάνει ανεξέλεγκτα το πλάτος της**, πράγμα ανεπιθύμητο και επικίνδυνο, όπως αναλύθηκε στα προηγούμενα.



Σχήμα 6. Η πρώτη περίπτωση (αριστερότερο ζεύγος συζυγών πόλων) και η τρίτη περίπτωση (δεξιότερο ζεύγος συζυγών πόλων) από τις τρεις (3) περιπτώσεις θέσης πάνω στο μιγαδικό επίπεδο s (Laplace) των συζυγών μιγαδικών πόλων ενός συστήματος 2^{ης} τάξης.

Από τις προηγούμενες τρεις περιπτώσεις προκύπτει ότι η ευστάθεια του συστήματος και άρα η συμπεριφορά της ταλάντωσης στην έξοδό του (θα σβήσει, θα συντηρηθεί ή θα αυξηθεί ανεξέλεγκτα) καθορίζεται από το **ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ** σ των συζυγών μιγαδικών πόλων του.

Ο ιδανικός ταλαντωτής (ημίτονο αμείωτου πλάτους στην έξοδο) προκύπτει όταν $\sigma = 0$, ενώ

- αν οι πόλοι γλυστρήσουν αριστερά ($\sigma < 0$) η ταλάντωση (το ημίτονο στην έξοδο) κινδυνεύει να σβήσει και
- αν γλυστρήσουν δεξιά ($\sigma > 0$) η ταλάντωση (το ημίτονο στην έξοδο) κινδυνεύει να αποκτήσει ανεξέλεγκτα μεγάλο πλάτος.

V. ΣΤΗΝ ΠΡΑΞΗ ΟΙ ΑΡΜΟΝΙΚΟΙ ΤΑΛΑΝΤΩΤΕΣ ΣΧΕΔΙΑΖΟΝΤΑΙ ΕΛΑΦΡΑ ΑΣΤΑΘΕΙΣ

Στην πράξη για να σχεδιάσουμε και να κατασκευάσουμε αρμονικούς ταλαντωτές, σκεφτόμαστε ως εξής:

- Η ταλάντωση δεν πρέπει να «σβήσει» αλλά να συντηρηθεί – αλλιώς δεν έχουμε γεννήτρια ημιτόνου!
- Άρα χρειαζόμαστε ένα σύστημα 2^{ης} τάξης, με 2 συζυγείς μιγαδικούς πόλους
 1. είτε πάνω στο φανταστικό άξονα
 2. είτε λίγο δεξιότερα από αυτόν, μέσα στο Δ.Μ.Η.

- Η πρώτη λύση (πόλοι ακριβώς πάνω στο φανταστικό άξονα – σύστημα οριακά ευσταθές) είναι βραχύβια. Κάποια στιγμή θα μετακινηθούν οι πόλοι (δεν ελέγχουμε εμείς προς ποια κατεύθυνση θα «γλυστρήσουν» οι πόλοι, είναι φαινόμενο που οφείλεται στη μεταβολή των περιβαλλοντικών συνθηκών – στην αύξηση της θερμοκρασίας κυρίως, καθώς το σύστημα λειτουργεί και θερμαίνεται). Αν μετακινηθούν οι πόλοι αριστερά η ταλάντωση θα σβήσει, αν μετακινηθούν δεξιά θα συντηρηθεί και θα αυξηθεί κατά πλάτος.
- Άρα καταφεύγουμε στη δεύτερη λύση και σχεδιάζουμε το σύστημα του αρμονικού ταλαντωτή **ελαφρά ασταθές** ($A(s) \beta(s) = 1 + \delta > 1$, οι πόλοι λίγο μέσα στο Δ.Μ.Η., δηλαδή το πραγματικό τους μέρος $\sigma > 0$ αλλά μικρής τιμής).
- Για να μην ξεφύγει το πλάτος του ημιτόνου λόγω αστάθειας και πάρει πολύ μεγάλες τιμές που θα είναι και δύσκολα διαχειρίσιμες, χρησιμοποιούμε ένα κύκλωμα περιοριστή πλάτους (ψαλλιδιστή) που περιορίζει το πλάτος προοδευτικά (δηλαδή ψαλλιδίζει την θετική και την αρνητική κορυφή του ημιτόνου) καθώς αυτό τείνει να αυξηθεί. Ο ψαλλιδιστής εισάγει παραμόρφωση (το ψαλλιδισμένο ημίτονο δεν είναι ιδανικό ημίτονο όπως το γέννησε ο ταλαντωτής, αλλά παραμορφωμένο στις θετικές και αρνητικές κορυφές του). Όμως η παραμόρφωση αυτή είναι ελάχιστη και την ανεχόμαστε προκειμένου να έχουμε συντηρούμενη ταλάντωση.

Συνεπώς σχεδιάζουμε τους αρμονικούς ταλαντωτές **ελαφρά ασταθείς αλλά με ελεγχόμενη αστάθεια** (χάρης στον ψαλλιδιστή – περιοριστή πλάτους).

VI. ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΤΩΝ

Ανάλογα με την περιοχή συχνοτήτων την οποία σχεδιάζεται για να καλύψει ένας αρμονικός ταλαντωτής, χρησιμοποιούνται και διαφορετικές τεχνολογίες για την κατασκευή του.

I. Για τις ΠΟΛΥ χαμηλές συχνότητες, π.χ. κάτω από τα 20 Hz, χρησιμοποιούνται ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ κυκλώματα που δεν παράγουν ημίτονο με ταλάντωση αλλά συνθέτουν το ημίτονο από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα διαφορετικών κλίσεων (κυκλώματα spectral shaping). Επειδή είναι μη γραμμικά, η ανάλυση που έχει προηγηθεί εδώ δεν ισχύει. Δεν θα ασχοληθούμε στο εργαστήριο με τέτοια κυκλώματα, αν και έχουν πρακτικό ενδιαφέρον στα βιοϊατρικά ηλεκτρονικά, διότι τα βιολογικά σήματα του ανθρώπινου οργανισμού έχουν πολύ χαμηλές συχνότητες (π.χ. 5 Hz, 8 Hz, 30 Hz κλπ.)

II. Για τις χαμηλές και μεσαίες συχνότητες χρησιμοποιούνται συνήθως γραμμικά κυκλώματα που περιέχουν:

- Στη βαθμίδα ενίσχυσης $A(s)$ ένα κύκλωμα ενίσχυσης με τελεστικό ενισχυτή (OpAmp) σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία,
- Στη βαθμίδα $\beta(s)$ ένα παθητικό δικτύωμα (φίλτρο) RC.

Παραδείγματα:

1. Ταλαντωτής Ολίσθησης Φάσης,
2. Ταλαντωτής Γέφυρας Wien,
3. Ταλαντωτής Τετραγωνισμού (Quadrature Oscillator)

Η τεχνολογία αυτή δεν μπορεί να ανέβει σε πολύ υψηλές συχνότητες ταλάντωσης, κυρίως λόγω του περιορισμένου ρυθμού ανόδου (Slew Rate) των τελεστικών ενισχυτών.

III. Για τις υψηλές και πολύ υψηλές συχνότητες χρησιμοποιούνται συνήθως γραμμικά κυκλώματα που περιέχουν:

- Στη βαθμίδα ενίσχυσης $A(s)$ έναν ενισχυτή με διπολικό transistor (BJT) σε συνδεσμολογία κοινής βάσης (CB), και
- Στη βαθμίδα $\beta(s)$
 1. Είτε κρύσταλλο χαλαζία (quartz) ο οποίος χάρη στο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ταλαντούμενος παράγει περιοδική κυματομορφή εναλλασσόμενης τάσης **Παράδειγμα:** κρυσταλλικοί ταλαντωτές – XTAL Oscillators.
 2. Είτε ένα δικτύωμα LC που συντονίζεται καθώς η ηλεκτρική ενέργεια μεταπηδά περιοδικά από το πηνίο στον πυκνωτή και πίσω
Παράδειγμα: ταλαντωτής Hartley, ταλαντωτής Colpitts, ταλαντωτής Pierce.

Η συνδεσμολογία κοινής βάσης (CB) χρησιμοποιείται γιατί έχει το μεγαλύτερο εύρος ζώνης από όλες τις συνδεσμολογίες, με αποτέλεσμα να επιτρέπει ταλάντωση (παραγωγή ημιτόνου στην έξοδο) σε πολύ υψηλές συχνότητες.

Ο κρύσταλλος έχει εξαιρετική ποιότητα (ακρίβεια, σταθερότητα, καθαρότητα, αναισθησία στις μεταβολές θερμοκρασίας) στη συχνότητα που παράγει. Η συχνότητά του όμως είναι καθορισμένη από τη φύση (από το υλικό και την κοπή του) και μπορεί να μεταβληθεί με κατάλληλο κύκλωμα αλλά λίγο (μέθοδος pull). Αν θέλουμε να καλύψουμε μεγάλες περιοχές συχνοτήτων δεν μπορεί αυτό να γίνει με ένα κρύσταλλο.

Το δίκτυωμα LC αντίθετα, μπορεί εύκολα να μεταβάλει τη συχνότητα «συντονισμού» του άρα και τη συχνότητα εξόδου, σε πολύ μεγάλο εύρος, π.χ. χρησιμοποιώντας μεταβλητό πυκνωτή. Είναι συνεπώς λύση πολύ πιο ευέλικτη από τον κρύσταλλο, αν και δεν έχει την ποιότητα συντονισμού του κρυστάλλου.